



ANALISIS KESALAHAN DAN PEMBERIAN SCAFFOLDING DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN PEMBUKTIAN PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL

ANALYSIS OF ERRORS AND PROVISION OF SCAFFOLDING IN SOLVING PROBLEMS OF PROOF IN THE COURSE OF REAL ANALYSIS

Hasan Basri¹⁾, Ukhti Raudhatul Jannah²⁾, Rohmah Indahwati³⁾, Anni Herawati⁴⁾, Asifaul Ulum⁵⁾

^{1,2,3,4,5}Universitas Madura

Email: hasan_basri@unira.ac.id, ukhti_math@unira.ac.id, indah_math@unira.ac.id, anniyuhanni30@gmail.com

Abstrak: Penelitian ini fokus pada kesalahan mahasiswa calon guru dalam membuktikan pernyataan biimplikasi pada matakuliah analisis real. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan memetakan kesalahan umum yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian pada matakuliah analisis real untuk kemudian menentukan jenis *scaffolding* yang diberikan. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif dengan melibatkan sebanyak 9 mahasiswa yang mengikuti perkuliahan Analisis Real II. Analisis data dari hasil wawancara menggunakan pendekatan miles dan huberman. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat tiga bentuk kesalahan: 1) kesalahan konseptual seperti menggunakan contoh untuk membuktikan; 2) kesalahan prosedural seperti pembuktian hanya dilakukan satu arah dan tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan; dan 3) kesalahan teknik seperti tidak cermat dalam melihat informasi pada premis dan tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan. Pemberian *scaffolding* digunakan untuk mengatasi kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika diantaranya *scaffolding* berupa interaksi langsung antara guru dan siswa (*direct interactions*) melalui *explaining* (menjelaskan) dan *reviewing* (meninjau) serta *scaffolding* berupa penekanan berfikir konseptual (*Developing Conceptual Thinking*). Pemberian *scaffolding* didasarkan pada penyebab kesalahan mahasiswa calon guru pada saat menyelesaikan permasalahan pembuktian khususnya pembuktian pernyataan biimplikasi.

Kata Kunci: analisis kesalahan; masalah pembuktian; *scaffolding*; analisis real

Abstract: This study focuses on the mistakes of prospective teacher students in proving bi-implication analysis statements in real courses. This study aims to determine and map common mistakes made by students in solving proof problems in real analysis courses to then determine the type of scaffolding provided. This type of research is descriptive qualitative involving 9 students who took the Real Analysis II course. Data analysis from the interview results used the miles and huberman approach. The results showed that there were three forms of errors: 1) conceptualization errors such as using examples to prove; 2) procedural errors such as proofs are only done in one direction and the direction of the proof is unclear; and 3) technical errors such as not being careful in seeing information in the premise and not being careful in identifying all possibilities. The provision of scaffolding is used to overcome mistakes made by prospective mathematics teacher students, including scaffolding in the form of direct interaction between teachers and students (*direct interaction*) through explanations (*explaining*) and reviewing (*reviewing*) and scaffolding in the form of emphasizing conceptual thinking (*Developing Conceptual Thinking*). The provision of scaffolding is based on the causes of errors made by prospective teacher students when solving proof problems, especially proving bi-implication statements.

Keywords: error analysis, proof problem, scaffolding, real analysis

Cara Sitasi: Basri, H., Jannah, U.R., Indahwati, R., Herawati, A & Ulum, A. (2025). Analisis Kesalahan dan Pemberian Scaffolding Pada Mahasiswa Calon Guru dalam Menyelesaikan Permasalahan Pembuktian Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, “6”(“2”), “137-149”



Proses pembelajaran matematika di Perguruan Tinggi tentunya berbeda dengan jenjang pendidikan sebelumnya. Pembelajaran matematika di Perguruan Tinggi membutuhkan kemampuan kognitif tingkat tinggi, seperti kemampuan analisis, sintesis, dan evaluasi, tidak hanya sekedar ingatan pengetahuan faktual ataupun aplikasi sederhana dari berbagai formula atau prinsip. Mahasiswa diharapkan mampu untuk bernalar dengan baik dan mengekspresikan hasil penalarannya secara tertulis, sistematis dan ketat (Rigorous). Salah satu kegiatan yang dapat mendukung kompetensi tersebut adalah pembuktian dalam matematika.

Mengingat pentingnya kemampuan pembuktian matematik dalam pembelajaran matematika maka (NCTM, 2000) telah menekankan adanya pembuktian dalam matematika sekolah, yang juga mencerminkan pergeseran ke arah pemecahan masalah dan berpikir kritis. Tapi untuk mengkonstruksi bukti yang lebih rumit diberikan pada perkuliahan di perguruan tinggi. Kurikulum matematika harus mencakup banyak dan beragam pengalaman yang memperkuat dan memperluas keterampilan penalaran logis siswa sehingga semua siswa dapat: (1) mengenal penalaran dan pembuktian sebagai aspek-aspek fundamental matematika, (2) membuat konjektur dan memeriksa kebenaran dari konjektur itu, (3) mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan pembuktian matematik, dan (4) memilih dan menggunakan bermacam-macam jenis penalaran dan metode pembuktian.

Pembuktian memegang peranan yang sangat penting dalam matematika karena

pembuktian merupakan bagian yang mutlak dan mendasar dalam matematika dan bagian yang tidak terpisahkan dari matematika. Karena merupakan bagian yang esensial dalam melakukan doing, komunikasi, dan recording matematika. Peran pembuktian yaitu: 1) untuk memverifikasi bahwa suatu pernyataan itu benar, 2) untuk menjelaskan mengapa suatu pernyataan itu benar, 3) untuk mengkomunikasikan pengetahuan matematika, 4) untuk menemukan atau menciptakan matematika baru, atau 5) mensistematiskan pernyataan menjadi sistem aksiomatis.

Untuk itu mahasiswa calon guru matematika harus memiliki kemampuan melakukan pembuktian matematik. Dalam pembuktian matematik terdapat dua kemampuan yaitu kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti. Maka berargumentasi secara matematik dan melakukan pembuktian haruslah menjadi bagian yang esensial bagi mahasiswa yang belajar matematika. Karena itu pengkajian tentang pengajaran dan pembelajaran pembuktian adalah komponen kunci dalam peningkatan pembelajaran matematika secara menyeluruh. Ada beberapa alasan mengapa perlu diberikan pengajaran pembuktian yaitu: 1) bukti adalah bagian yang integral dalam matematika, 2) untuk verifikasi dan penemuan fakta, 3) untuk pengembangan kemampuan berpikir logis dan kritis siswa, dan 4) mempercepat dan meningkatkan pemahaman matematik siswa.

Analisis Real II menjadi salah satu matakuliah untuk mahasiswa S1 Prodi Pendidikan Matematika yang menyajikan



banyak permasalahan yang melibatkan proses pembuktian. Melalui matakuliah ini diharapkan mahasiswa mampu memiliki pengetahuan dasar dalam melakukan analisis matematika, khususnya tentang bilangan, barisan, limit dan fungsi. Selain itu melalui matakuliah ini diharapkan mahasiswa mampu bernalar secara logis dan menuliskan hasil penalarannya secara sistematis dan *rigorous*. Namun sayangnya berdasarkan pengalaman penulis mengajar matakuliah analisis real II dalam beberapa tahun terakhir, diperoleh fakta bahwa matakuliah ini menjadi salah satu matakuliah yang dianggap sulit oleh Mahasiswa. Hal ini sejalan dengan (Qomariyah & Rosyidah, 2022; M. Wahyuni, 2017) yang menyatakan bahwa matakuliah analisis real menjadi salah satu matakuliah yang sulit bagi mahasiswa.

Kesulitan yang dialami oleh mahasiswa tentunya perlu dianalisis lebih lanjut, untuk kemudian dilakukan berbagai cara atau metode dalam rangka mengurangi bahkan menghilangkan kesulitan yang dialami oleh mahasiswa. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa melalui analisis dan pemberian *scaffolding* berdampak pada pemberian pengurangan kesalahan yang dilakukan oleh siswa, bahkan beberapa siswa sudah tidak melakukan kesalahan yang sama pasca pemberian *scaffolding* (Asiawati et al., 2019; Badriyah et al., 2017; Muhsetyo & Qohar, 2019; Upu et al., 2022). Hal ini mengindikasikan bahwa *scaffolding* memiliki peran yang sangat penting dalam hal mengatasi kesulitan siswa yang ditandai dengan kesalahan yang dilakukan pada saat menyelesaikan soal/permasalahan.

Berdasarkan pengalaman penulis mengajar matakuliah Analisis Real II selama beberapa tahun, diperoleh fakta bahwa matakuliah ini menjadi momok bagi mahasiswa. Mata kuliah Analisis Real I maupun Analisis Real II kerap kala menjadi, mata kuliah yang dinilai sulit oleh mahasiswa. Hasil evaluasi pembelajaran yang dilaksanakan setiap akhir semester menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan pada matakuliah ini. Perlu adanya identifikasi secara menyeluruh terkait dengan kesulitan yang dialami oleh mahasiswa pada matakuliah ini. Selama ini penulis sudah melakukan identifikasi dan pemberian *scaffolding*, namun belum dilakukan secara sistematis dan tertulis melalui suatu penelitian yang dapat menjadi rujukan dan referensi dikemudian hari.

Hasil review artikel yang dilakukan oleh penulis, sudah banyak peneliti yang mengangkat tema terkait kesulitan dan kesalahan dalam matakuliah analisis real yaitu : (Takaendengan et al., 2022); (Qomariyah & Rosyidah, 2022); (M. Wahyuni, 2017); (Hodiyanto, 2017); (Lalu Sucipto, 2016); (Siregar, 2018); dan (Hanifah & Istikommar, 2022). Penelitian yang dilakukan (Lalu Sucipto, 2016; Qomariyah & Rosyidah, 2022; M. Wahyuni, 2017) fokus pada kesulitan belajar siswa dalam mata kuliah analisis real ditinjau dari aspek intern dan ekstern. Penelitian oleh (Hanifah & Istikommar, 2022; Takaendengan et al., 2022) instrumen tes yang diberikan fokus pada pembuktian searah saja. Sedangkan penelitian oleh (Hodiyanto, 2017; Siregar, 2018) fokus pada materi logaritma dan nilai mutlak.



Berdasarkan paparan pada bagian sebelumnya, penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Analisis Kesalahan dan Pemberian *Scaffolding* pada Mahasiswa Calon Guru dalam Menyelesaikan Permasalahan Pembuktian pada Mata Kuliah Analisis Real”. Melalui penelitian ini diharapkan ditemukan *scaffolding* yang dapat menjadi alternatif bagi kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian.

Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif kualitatif digunakan untuk mempelajari fenomena yang ada dan dalam kondisi objek yang alami, bukan dalam kondisi terkendali, laboratoris atau eksperimen (Sugiyono, 2016). Penelitian ini dilaksanakan pada semester Genap 2023/2024 pada mata kuliah Analisis Real II.

Subjek penelitian adalah 9 mahasiswa yang mengikuti matakuliah Analisis Real II. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan miskonsepsi mahasiswa dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan pembuktian pada matakuliah analisis real II.

Wawancara dilakukan untuk mengetahui tipe kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa. Wawancara dilakukan kepada mahasiswa yang melakukan kesalahan pada saat menyelesaikan yang berkaitan pembuktian.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah permasalahan terkait pembuktian. Permasalahan yang diberikan kepada mahasiswa tersebut merupakan permasalahan dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yang diadaptasi dari (Bartle & Sherbert, 2010).

Berikut ini instrumen yang digunakan untuk mengetahui kesalahan mahasiswa calon guru dalam membuktikan pernyataan biimplikasi:

Jika $a, b \in R$, buktikan bahwa $a \cdot b \geq 0$ jika dan hanya jika $|a + b| = |a| + |b|$

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil

Berdasarkan hasil analisis data diperoleh 6 bentuk kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika. Kategori dan tipe kesalahan yang dilakukan terangkum dalam tabel 1

Tabel 1. Kategori dan Tipe Kesalahan

Kategori	Tipe Kesalahan
Kesalahan Konsep	Menggunakan contoh untuk membuktikan
Kesalahan Prosedural	Pembuktian hanya dilakukan satu arah
	Tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan
Kesalahan Teknik	Tidak cermat dalam melihat informasi pada premis
	Tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan

Terdapat tiga kategori kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian yang

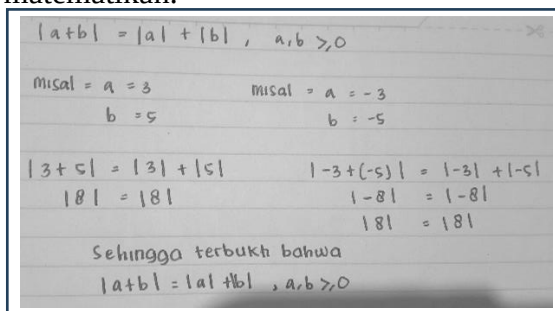


diberikan yaitu :1) kesalahan konsep; 2) kesalahan prosedural; 3) kesalahan teknik.

1) Kesalahan Konsep

Menggunakan contoh untuk membuktikan

Berikut ini contoh kesalahan konsep yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika.



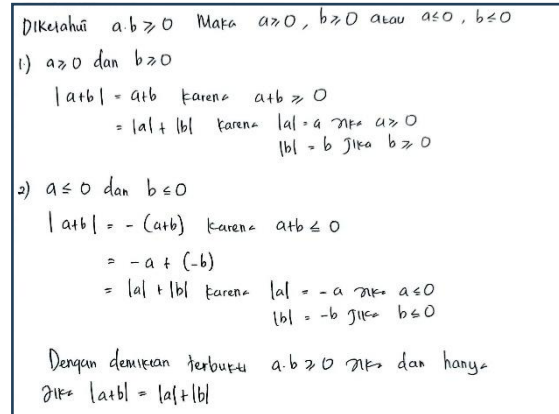
Gambar 1 Kesalahan Konsep Menggunakan Contoh dalam Membuktikan

Pada hasil pekerjaan mahasiswa calon guru di atas, nampak bahwa mahasiswa tersebut melakukan kesalahan dengan cara menggunakan contoh untuk membuktikan bahwa jika $a, b \geq 0$ berakibat $|a+b| = |a| + |b|$. Hal ini sejalan dengan Stavrou (2014) yang menyatakan bahwa mahasiswa sering kali menggunakan contoh khusus kemudian digeneralisasi menjadi pernyataan umum.

2) Kesalahan Prosedural

Pembuktian hanya dilakukan satu arah

Berikut ini contoh kesalahan prosedural yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika, dimana mahasiswa hanya membuktikan satu arah saja untuk pernyataan biimplikasi.



Gambar 2. Kesalahan Prosedural Hanya Membuktikan Satu Arah Pada Pernyataan Biimplikasi

Pada hasil pekerjaan mahasiswa calon guru di atas, nampak bahwa mahasiswa tersebut hanya menggunakan informasi bahwa $a, b \geq 0$ untuk membuktikan bahwa $|a+b| = |a| + |b|$ untuk membuktikan pernyataan “Jika $a, b \in R$, buktikan bahwa $a, b \geq 0$ jika dan hanya jika $|a+b| = |a| + |b|$ ”. Hal ini tentunya tidak sejalan dengan pembuktian pada pernyataan biimplikasi “ $a \leftrightarrow b$ ” yang dilakukan dengan membuktikan bahwa “ $a \rightarrow b$ ” dan “ $b \rightarrow a$ ”. Hal ini sejalan dengan Wahyuni (2020) yang menyatakan bahwa dalam membuktikan “ $P \leftrightarrow Q$ ” dengan menggunakan strategi buktikan $P \rightarrow Q$ dan $Q \rightarrow P$ secara terpisah.

Tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan

Berikut ini contoh kesalahan prosedural yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika, dimana tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa.



Berdasarkan definisi nilai mutlak, $|a| = a$ jika $a \geq 0$

$$|a+b| = |a| + |b|$$

$$= |a+a-a+b+b-b|$$

$$= |a+a-a| + |b+b-b|$$

$$= |a| + |b| \text{ terbukti}$$

Jika $a=0$ maka $|a+b| = |0+b| = |b|$

Jika $b=0$ maka $|a+b| = |a+0| = |a|$

Sehingga $|a+b| = |a| + |b|$

Gambar 3. Kesalahan Prosedural Tidak Jelas Arah Pembuktian yang Dilakukan

Pada hasil pekerjaan mahasiswa calon guru di atas, nampak bahwa mahasiswa tersebut nampak bingung dengan apa yang dikerjakan. Hal ini nampak pada saat mahasiswa tersebut menyatakan bahwa $|a+a-a+b+b-b| = |a+a-a| + |b+b-b|$, tidak ada dasar yang jelas yang diberikan oleh mahasiswa tersebut pada saat membuat persamaan ini. Selanjutnya mahasiswa juga mengganti $a=0$ dan $b=0$ untuk menunjukkan bahwa $|a+b| = |a| + |b|$. Penyelesaian yang dilakukan oleh mahasiswa ini terlihat tidak jelas arah dan prosedur yang digunakan.

Kesalahan Teknik

Tidak cermat dalam melihat informasi pada premis

Jika $a, b \geq 0$ maka $|a+b| = |a| + |b|$

Karna $a, b \geq 0$, maka $a+b \geq 0$

$$|a+b| = a+b \text{ (akibat } a+b \geq 0)$$

$$|a| = a, |b| = b \text{ (akibat } a, b \geq 0)$$

Maka, $|a+b| = |a| + |b|$ terbukti

Gambar 4. Kesalahan Teknik Tidak Cermat dalam melihat informasi pada premis

Pada hasil pekerjaan mahasiswa calon guru pada gambar 4, nampak bahwa mahasiswa tersebut tidak cermat dalam menuliskan informasi yang diketahui. Pada soal informasi yang diketahui adalah $a \cdot b \geq 0$, namun mahasiswa menuliskan informasi $a, b \geq 0$. Dua pernyataan tersebut tentunya berbeda, pada kondisi $a \cdot b \geq 0$ mengakibatkan $a, b \geq 0$ atau $a, b \leq 0$.

Sedangkan pernyataan $a, b \geq 0$ tidak memuat kemungkinan $a, b \leq 0$ seperti pada pernyataan yang pertama. Hasil ini sejalan dengan penelitian Ramadoni & Shakinah (2023) yang menemukan bahwa salah satu jenis kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan dalam membaca informasi pada soal.

Tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan

Jika $a, b \in \mathbb{R}$ buktikan bahwa $|a+b| = |a| + |b|$

Jika dan hanya jika $a, b \geq 0$

$$a, b \geq 0 \begin{cases} a < 0, b < 0 \\ a > 0, b > 0 \\ a = 0, b = 0 \end{cases}$$

Gambar 5. Kesalahan Teknik Tidak Cermat dalam Mengidentifikasi Segala Kemungkinan

Pada hasil pekerjaan mahasiswa calon guru di atas, nampak bahwa mahasiswa tersebut hanya menuliskan 3 kemungkinan dari 7 kemungkinan yang harusnya diidentifikasi. Empat kemungkinan yang lain adalah 1) $a > 0, b = 0$; 2) $a < 0, b = 0$; 3) $a = 0, b > 0$; dan $a = 0, b < 0$. Ketujuh kemungkinan tersebut tersebut dapat disederhanakan menjadi 2 kemungkinan saja yaitu 1) $a \geq 0, b \geq 0$ dan 2) $a \leq 0, b \leq 0$.

Selanjutnya untuk mengetahui penyebab kesalahan mahasiswa calon guru dilakukan wawancara. Penyebab kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa terangkum dalam tabel 2.

Tabel 2. Penyebab Kesalahan yang Dilakukan

Tipe Kesalahan	Penyebab Kesalahan
Menggunakan contoh untuk membuktikan	Mahasiswa masih menggunakan pola pikir induktif dalam membuktikan
Pembuktian hanya dilakukan satu arah	Kesalahan logika pembuktian biimplikasi



Tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan	Kesalahan logika pembuktian biimplikasi Tidak memahami konten yang akan dibuktikan
Tidak cermat dalam melihat informasi pada premis	Kurang teliti dalam melihat informasi yang diberikan pada soal
Tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan	Kurang teliti dalam mengidentifikasi semua kemungkinan yang terjadi

Pemberian Scaffolding

Tipe kesalahan menggunakan contoh untuk membuktikan

Penyebab kesalahan mahasiswa dalam pembuktian ini karena mahasiswa masih menggunakan pola pikir induktif dalam membuktikan. *Scaffolding* yang dilakukan adalah dengan memberikan kontradiksi terhadap pemahaman yang telah dimiliki agar mahasiswa tersebut menyadari bahwa pemahaman yang dimilikinya salah. Berikut ini percakapan yang dilakukan dalam rangka memberikan *scaffolding* kepada mahasiswa. Narasi/ucapan dosen disimbolkan dengan D sedangkan narasi mahasiswa yang melakukan kesalahan pada konteks ini disimbolkan dengan M₁.

D : Dapatkan Anda ceritakan kembali bagaimana proses dalam pembuktian tersebut

M₁ : Pertama saya memilih a dan b yang jika dikalikan hasilnya positif, karena $a \cdot b \geq 0$. Saya memilih $a = 3$ dan $b = 5$, kemudian terlihat bahwa $|a + b| = |a| + |b|$ Begitupun untuk

$a = -3$ dan $b = -5$ memperoleh hasil yang sama.

D : Bagaimana dengan bilangan yang lain selain bilangan yang Anda pilih, apakah juga berlaku hal yang sama?

M₁ : Iya pak, misal saya ganti a dan b akan sama Pak.

D : Apakah boleh membuktikan pernyataan tersebut dengan contoh?

M₁ : Diam (berpikir)

D : Misal saya menyatakan bahwa semua mahasiswa unira memiliki tinggi badan lebih dari 160 cm. Saya mengatakan iya, karena setelah saya cek semua mahasiswa yang ada di prodi hukum tingginya lenih dari 160. Apakah benar kesimpulan saya?

M₁ : Tidak Pak

D : Kenapa?

M₁ : Karena bisa jadi pada prodi lain ada yang tingginya kurang dari 160.

D : Betul, bagaimana dengan kasus dari jawabanmu? Apakah boleh hanya membuktikan dengan satu atau beberapa contoh saja?

M₁ : Tidak Bapak

Berdasarkan percakapan tersebut, nampak bahwa pemberian ilustrasi-ilustrasi yang konkrit dapat membantu mahasiswa untuk memahami bahwa pembuktian dengan contoh tidak dibenarkan dalam matematika. Scaffolding yang diberikan pada ilustrasi di atas adalah tingkatan scaffolding yang kedua yaitu interaksi langsung antara guru dan siswa



(direct interactions) karena secara langsung memberikan scaffolding kepada mahasiswa yang mengalami kendala dan masalah Purwasih & Rahmadhani (2021).

Tipe kesalahan pembuktian hanya dilakukan satu arah

Penyebab kesalahan mahasiswa dalam pembuktian ini karena kesalahan logika pembuktian biimplikasi. *Scaffolding* yang dilakukan adalah dengan memberikan atau menguatkan pemahaman mahasiswa terkait pembuktian pada pembuktian pernyataan biimplikasi. Narasi/ucapan dosen disimbolkan dengan D sedangkan narasi mahasiswa yang melakukan kesalahan pada konteks ini disimbolkan dengan M₂. Berikut ini percakapan yang dilakukan dalam rangka memberikan *scaffolding* kepada mahasiswa.

D : Apakah Anda memahami terkait dengan pernyataan biimplikasi?

M₂ : Iya Bapak, biasanya ditandai dengan jika dan hanya jika

D : Betul, dapatkah pernyataan biimplikasi dibuat menjadi pernyataan implikasi?

M₂ : Diam (nampak bingung)

D : Misal ada pernyataan $p \leftrightarrow q$ dapat dibentuk menjadi pernyataan implikasi apa saja?

M₂ : Lupa pak

D : Oke tidak apa-apa, saya ingatkan jika $p \leftrightarrow q$ maka dapat dipecah menjadi $p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$.

M₂ : Oh iya pak

D : Maka pembuktian dilakukan sebanyak dua kali $p \rightarrow q$ kemudian $q \rightarrow p$.

M₂ : Baik Pak

Berdasarkan percakapan tersebut, nampak bahwa mahasiswa tidak dapat memecah pernyataan biimplikasi. Hal ini berdampak pada pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa tersebut dimana $p \leftrightarrow q$ dianggap sebagai $p \rightarrow q$ sehingga pembuktian hanya dilakukan satu arah saja. Adapun jenis scaffolding yang diberikan pada mahasiswa tersebut adalah tingkatan scaffolding yang kedua yaitu interaksi langsung antara guru dan siswa (direct interactions) berupa *explaining* yaitu menjelaskan konsep ide dalam rangka menyelesaikan masalah yang diberikan (Rahayuningsih & Qohar, 2014),

Tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan

Penyebab kesalahan mahasiswa dalam pembuktian ini karena mahasiswa tidak memahami konten yang akan dibuktikan. *Scaffolding* yang dilakukan adalah dengan memberikan atau menguatkan pemahaman mahasiswa terkait pembuktian pada pembuktian pernyataan biimplikasi. Narasi/ucapan dosen disimbolkan dengan D sedangkan narasi mahasiswa yang melakukan kesalahan pada konteks ini disimbolkan dengan M₃. Berikut ini percakapan yang dilakukan dalam rangka memberikan *scaffolding* kepada mahasiswa

D : Apakah Anda memahami apa yang ditanya pada soal yang diberikan?

M₃ : Iya Bapak



- D : Sebutkan
- M₃ : Membuktikan pernyataan $a.b \geq 0$ jika dan hanya jika $|a + b| = |a| + |b|$.
- D : Bagaimana membuktikan pernyataan tersebut?
- M₃ : Diam (nampak bingung)
- D : Langkah-langkah untuk membuktikannya bagaimana?
- M₃ : Mohon maaf pak saya lupa
- D : Pernyataan biimplikasi $a.b \geq 0$ jika dan hanya jika $|a + b| = |a| + |b|$. Dapat diubah bentuknya menjadi pernyataan “jika $a.b \geq 0$ maka $|a + b| = |a| + |b|$ ” dan “jika $|a + b| = |a| + |b|$ maka $a.b \geq 0$ ”
- M₃ : Iya Bapak
- D : Selanjutnya dibuktikan satu persatu jika $a.b \geq 0$ maka $|a + b| = |a| + |b|$ dan jika $|a + b| = |a| + |b|$ maka $a.b \geq 0$.
- M₃ : Iya Bapak
- D : Ayo dicoba dulu

Berdasarkan percakapan tersebut, nampak bahwa mahasiswa tidak memahami cara membuktikan pernyataan biimplikasi. Hal ini berdampak pada pembuktian yang tidak jelas arahnya oleh mahasiswa tersebut, yang terlihat pada lembar jawabannya.

Tipe kesalahan tidak cermat dalam melihat informasi pada premis

Penyebab kesalahan mahasiswa dalam pembuktian ini karena kurang teliti dalam melihat informasi yang diberikan pada soal. *Scaffolding* yang dilakukan adalah meminta mahasiswa mereview dengan membaca

dengan seksama soal/permasalahan yang diberikan. Narasi/ucapan dosen disimbolkan dengan D sedangkan narasi mahasiswa yang melakukan kesalahan pada konteks ini disimbolkan dengan M₄. Berikut ini percakapan yang dilakukan dalam rangka memberikan *scaffolding* kepada mahasiswa.

- D : Apakah Anda sudah membaca soal yang diberikan?
- M₄ : Iya Bapak
- D : Informasi apa yang diketahui pada soal tersebut?
- M₄ : Diketahui bahwa a dan b lebih dari nol.
- D : Dari mana Anda tahu bahwa a dan b lebih dari nol.
- M₄ : Informasi pada soal Pak
- D : Coba cek lagi dengan teliti simbol yang ada pada soal
- M₄ : Oh iya pak, bukan koma tapi titik.
- D : Jadi bagaimana maksudnya?
- M₄ : Perkalian antara a dan b yang lebih dari nol Pak

Berdasarkan percakapan tersebut, nampak bahwa mahasiswakurang teliti dalam membaca soal yang diberikan. Hal ini berdampak pada kesalahan dalam menangkap informasi yang diberikan pada soal tersebut. Pada soal diberikan informasi $a.b$ bukan a, b . Adapun *scaffolding* yang diberikan kepada siswa tersebut adalah *reviewing* meminta membaca ulang dengan teliti soal/permasalahan yang diberikan (Chairani, 2015).

Tipe kesalahan tidak cermat dalam mengidentifikasi segala kemungkinan



Penyebab kesalahan mahasiswa dalam pembuktian ini kurang teliti dalam mengidentifikasi semua kemungkinan yang terjadi. *Scaffolding* yang dilakukan adalah meminta mahasiswa mengingat kembali dan mengaitkan pemahaman yang dimiliki sebelumnya. Narasi/ucapan dosen disimbolkan dengan D sedangkan narasi mahasiswa yang melakukan kesalahan pada konteks ini disimbolkan dengan M₅. Berikut ini percakapan yang dilakukan dalam rangka memberikan *scaffolding* kepada mahasiswa.

D : Pada soal diketahui bahwa $a, b \geq 0$, apa akibat dari pernyataan tersebut?

M₅ : Akan ada 3 kemungkinan Pak

D : Bisa disebutkan apa saja kemungkinan yang terjadi!

M₅ : Kemungkinan pertama $a > 0, b > 0$

Kemungkinan kedua $a < 0, b < 0$

Kemungkinan ketiga $a = 0, b = 0$

D : Apa tidak ada kemungkinan yang lain?

M₅ : Tidak ada Pak

D : Jika saya punya $a = -5$ dan $b = 0$ hasil kalinya bagaimana?

M₅ : Oh iya pak, nol.

D : Jadi bagaimana masih ada kemungkinan yang lain ya?

M₅ : Iya Bapak, berarti bisa $a < 0, b = 0$; $a > 0, b = 0$; $b < 0, a = 0$ dan $b > 0, a = 0$

Berdasarkan percakapan tersebut, nampak bahwa mahasiswa kurang teliti dalam

mengidentifikasi semua kemungkinan yang ada. Hal ini berdampak pada kesalahan dalam menentukan semua kemungkinan yang terjadi. Adapun *scaffolding* yang diberikan kepada siswa tersebut adalah *Developing Conceptual Thinking* meminta mahasiswa mengembangkan pemahaman yang dimiliki, tentunya dengan pertanyaan-pertanyaan pemantik yang diberikan.

Pembahasan

Berdasarkan paparan hasil yang telah disampaikan pada bagian sebelumnya terdapat tiga kesalahan mahasiswa yang dilakukan pada saat melakukan pembuktian pernyataan biimplikasi yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknik hal ini sejalan dengan dengan penelitian yang dilakukan oleh Basri, dkk (2024) Annisa & Ellya (2017); Jefrizal, dkk (2021) Istiqomah (2016) yang menemukan adanya tiga kesalahan tersebut dalam penelitiannya.

Pada kesalahan konseptual dalam penelitian ini terdapat satu jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu menggunakan contoh untuk membuktikan. Kesalahan prosedural yang dilakukan oleh mahasiswa dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) hanya membuktikan satu arah pada pembuktian biimplikasi dan 2) tidak jelas arah pembuktiannya. Sedangkan pada kesalahan teknik dalam membuktikan pernyataan biimplikasi yaitu 1) tidak cermat dalam melihat informasi pada premis dan 2) tidak cermat dalam



mengidentifikasi semua kemungkinan. Hasil ini sejalan dengan penelitian Basri, dkk (2024), namun pada penelitian ini kesalahan konseptual yang terjadi hanya ada satu jenis saja. Selain itu pada penelitian ini dilengkapi dengan scaffolding yang diberikan kepada mahasiswa dalam rangka memperbaiki kesalahan yang dilakukan.

Terdapat tiga tingkatan pemberian *Scaffolding* yaitu 1) penyediaan lingkungan belajar yang mendukung (environmental provisions); 2) interaksi langsung antara guru dan siswa (direct interactions) melalui explaining (menjelaskan), reviewing (meninjau) dan restructuring (restrukturasi) ; 3) penekanan berfikir konseptual (Developing Conceptual Thinking) (Anghileri, 2006). Pada penelitian ini tidak semua tingkatan *scaffolding* diberikan kepada mahasiswa. Tingkatan scaffolding yang diberikan hanya pada interaksi langsung antara guru dan siswa dan penekanan berfikir konseptual, pemberian scaffolding ini tentunya didasarkan pada penyebab kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

Simpulan dan Saran

Simpulan

Terdapat tiga jenis kesalahan mahasiswa yang terjadi saat menyelesaikan permasalahan pembuktian khususnya pembuktian pada pernyataan biimplikasi yaitu 1) kesalahan konseptual; 2) kesalahan prosedural dan 3) kesalahan teknik. Kesalahan konseptual yang dilakukan adalah

menggunakan contoh untuk membuktikan. Kesalahan prosedural yang dilakukan terdiri dari pembuktian hanya dilakukan satu arah dan tidak jelas arah pembuktian yang dilakukan. Sedangkan kesalahan prosedural yang dilakukan terdiri dari tidak cermat dalam melihat informasi pada premis dan tidak cermat dalam mengidentifikasi semua kemungkinan.

Scaffolding yang digunakan untuk mengatasi kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa calon guru matematika diantaranya *scaffolding* berupa interaksi langsung antara guru dan siswa (direct interactions) melalui *explaining* (menjelaskan) dan *reviewing* (meninjau) serta *scaffolding* berupa penekanan berfikir konseptual (*Developing Conceptual Thinking*). Pemberian *scaffolding* didasarkan pada penyebab kesalahan mahasiswa calon guru pada saat menyelesaikan permasalahan pembuktian khususnya pembuktian pernyataan biimplikasi.

Saran

Hasil penelitian ini dapat menjadi acuan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan yang mungkin terjadi pada permasalahan pembuktian khususnya pembuktian pada pernyataan biimplikasi sehingga dapat diantisipasi lebih awal. Selain itu praktisi pendidikan matematika dapat melakukan penelitian yang serupa dengan konten dan konteks yang berbeda, sehingga dapat menambah meningkatkan khazanah keilmuan.

Ucapan Terima Kasih



Terimakasih kepada Universitas Madura, karena telah memberikan supporting pendanaan melalui LPPM Universitas Madura sehingga penelitian dan publikasi artikel dengan judul “Analisis Kesalahan dan Pemberian Scaffolding pada Mahasiswa Calon Guru dalam Menyelesaikan Permasalahan Pembuktian pada Mata Kuliah Analisis Real” dapat terealisasi.

Daftar Pustaka

- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 33–52.
- Annisa, S., & Ellya, R. (2017). Analisis Kesalahan Siswa Menurut Kastolan Dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika UNY*, 123–130.
- Asiawati, L., Badruttamam, B., Hidayat, A., & Basri, H. (2019). Analisis Kesalahan Siswa dan Pemberian Scaffolding Pada Materi Operasi Bilangan Bulat. *Ibriez : Jurnal Kependidikan Dasar Islam Berbasis Sains*, 4(2), 207–2016. <https://doi.org/10.21154/ibriez.v4i2.75>
- Badriyah, L., Asari, A. R., & Susanto, H. (2017). Analisis Kesalahan Dan Scaffolding Siswa Berkemampuan Rendah Dalam Menyelesaikan Operasi Tambah Dan Kurang Bilangan Bulat. *Jurnal Pendidikan*, 2(1), 50–27.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2010). *Introduction to Real Analysis* (4th ed.).
- Basri, H., Indahwati, R., & Nuritasari, F. (2024). Analisis Kesalahan Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian pada Analisis Real. *EduMathTec: Jurnal Pendidikan dan Teknologi Pembelajaran Matematika*, 1(1), 1–11.
- Chairani, Z. (2015). Scaffolding dalam Pembelajaran Matematika. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 39–44.
- Hanifah, H., & Istikomah, I. (2022). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Barisan Bilangan Riil. *AKSIOMA*, 11(3), 1864–1874.
- Hodiyanto. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester V dalam Mengerjakan Soal Pengantar Analisis Real. *EduSains: Jurnal Pendidikan Sains & Matematika*, 5(1), 33–44.
- Istiqomah, N. (2016). Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Matematika Siswa Kelas XI SMK Tamtama Karanganyar Tahun Ajaran 2013/2014. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 343–352.
- Jefrizal, Kartini, & Noviani. (2021). Analisis Kesalahan Konseptual, Prosedural dan Teknis Siswa pada Materi Aritmatika Sosial. *Suska Journal of Mathematics Education*, 7(2), 105–112.
- Lalu Sucipto, M. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta*, 9(2), 197–211.
- Muhsetyo, C. I. A. F. G., & Qohar, A. (2019). Analisis Kesalahan Siswa Dan Scaffolding Dalam Menyelesaikan Soal Pada Materi Persamaan Kuadrat. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 3(2), 1–8.
- NCTM. (2000). Principles and Standards For School Mathematics. In *Journal of Equine Veterinary Science*. The National Council of Teachers of Mathematics. [https://doi.org/10.1016/s0737-0806\(98\)80482-6](https://doi.org/10.1016/s0737-0806(98)80482-6)
- Purwasih, S. M., & Rahmadhani, E. (2021). Penerapan Scaffolding Sebagai Solusi



ASIMTOT: JURNAL KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

- Meminimalisir Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah SPLDV. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 7(2), 91–98.
- Qomariyah, S., & Rosyidah, U. (2022). Kesulitan Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Jurnal Educatio*, 1(2), 396–400.
- Rahayuningsih, P., & Qohar, A. (2014). Analisis Kesalahan Menyelesaikan Soal Cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) dan Scaffolding-nya berdasarkan Analisis Kesalahan Newman pada Siswa Kelas VIII SMP Negeri 2 Malang. *Jurnal Pendidikan Matematika Dan Sains*, 2(2), 109–116.
- Ramadoni, & Shakinah, N. (2023). Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Metode Newman. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 147–158.
- Siregar, N. F. (2018). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Real. *Logaritma*, 6(1), 64–74.
- Stavrou, S. G. (2014). Common Errors and Misconceptions in Mathematical Proving by Education Undergraduates. *IUMPST*, 1, 1–8.
- Sugiyono. (2016). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D* (23rd ed.). Alfabeta.
- Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Ekawaty, K. P. (2022). Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis. *EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 10(2), 235–243.
- Upu, A., Taneo, P. N. L., & Daniel, F. (2022). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Tahapan Newman dan Upaya Pemberian Scaffolding. *Edumatica: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), 52–62.
- Wahyuni, I. (2020). *Buku Ajar Pengantar Dasar Matematika*. Universitas Islam Negeri KH Achmad Siddiq Jember.
- Wahyuni, M. (2017). Analisis Problematika Perkuliahan Analisis Real. *Journal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 135–149.